

COURS DE MATHÉMATIQUES

Manuel conçu pour les élèves de la 3^e année Non Technique dont les options suivantes :

- Pédagogie générale, Littéraire, Hôtellerie, Coupe et couture et commerciale et gestion

TABLE DES MATIÈRES

- 1. Rappel du Premier degré**
- 2. Complément du second degré**
- 3. Les logarithmes**
- 4. Les suites numériques**
- 5. L'analyse combinatoire**
- 6. Matrices et Déterminants**

CHAPITRE I. LE PREMIER DEGRE

1.1 **DEFINITION** : Une équation du premier degré est toute égalité de la forme $ax+b=0$.

1.2 **RESOLUTION** : Pour résoudre l'équation du premier degré, il suffit de tirer la valeur de l'inconnue donné par une variable au premier membre.

1.3 **EXEMPLES** : Résoudre dans R les équations suivantes :

1. $2X-6=0$
2. $2X-4 = 1/3$
3. $3X+(2X+2) = X$
4. $4X +5=2X+3$

CHAPITRE II. COMPLÉMENT DU SECOND DEGRÉ

I.INTRODUCTION

L'équation du second degré est toute égalité qui peut s'écrire sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

Dans l'ensemble des nombres réels, une telle équation admet au maximum **deux solutions**, qui correspondent aux abscisses des éventuels points d'intersection de la parabole d'équation ($y = ax^2 + bx + c$) avec l'axe des abscisses dans le plan muni d'un repère cartésien. La position de cette parabole par rapport à l'axe des abscisses, et donc le nombre de solutions réelles (0, 1 ou 2), est donnée par le **signe du discriminant**. Ce dernier permet également d'exprimer facilement les solutions, qui sont aussi les racines de la fonction du second degré associée.

Sur le corps des nombres complexes, une équation du second degré a toujours exactement **deux racines distinctes** ou **une racine double**.

Dans l'algèbre des quaternions, une équation du second degré peut avoir **une infinité de solutions**.

1. 1. Forme générale d'une équation du second degré :

Une équation du second degré peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- (x) est l'inconnue.
- Les lettres (a), (b) et (c) représentent les coefficients, avec (a) différent de **zéro**.
 - (a) est le **coefficent quadratique**.
 - (b) est le **coefficent linéaire**.
 - (c) est un **terme constant**.

1.2 Résolution

- Dans l'ensemble des nombres réels, une équation du second degré admet au maximum **deux solutions**, qui correspondent aux

abscisses des éventuels points d'intersection de la parabole d'équation ($y = ax^2 + bx + c$) avec l'axe des abscisses dans le plan muni d'un repère cartésien.

- Le **discriminant** permet de déterminer le nombre de solutions réelles (0, 1 ou 2) et d'exprimer ces solutions.

1.3 Discriminant :

- Le discriminant d'une équation du second degré est donné par la formule :
$$D = b^2 - 4ac$$
- Le signe du discriminant permet de déterminer la position de la parabole par rapport à l'axe des abscisses :
 - Si ($D > 0$), l'équation a **deux solutions réelles distinctes**.
 - Si ($D = 0$), l'équation a **une racine double ou racine confondue**.
 - Si ($D < 0$), l'équation n'a **pas de solution réelle**.

1.4 Exemple :

II. Résoudre dans R les équations suivantes :

- $X^2 + x - 2 = 0$
- $X^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
- $2x^2 - x + 3 = 0$

III. CAS PARTICULIERS

Soit la forme générale de l'équation du 2e degré $ax^2 + bx + c = 0$. Si a est différent de zéro et $b = 0$ et c différent de zéro l'équation devient alors :

$Ax^2 + c = 0$. D'où x sera égale à plus ou moins racine carrée de c/a .

Si a est tout et différent de zéro et b est différent de zéro et $c = 0$
l'équation devient :

- $ax^2 + bx = 0$

$$X = 0 \text{ et } x = -b/a \quad S = (0, -b/a)$$

I.5 exemples et exercices

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- $5x^2 + 10x = 0$
- $3x^2 - 9 = 0$

I.V PROPRIÉTÉ DES RACINES

1.somme et produit

A. SOMME : pour trouver la somme il suffit de d'appliquer la formule suivante $X_1 + X_2 = S$

$$S = -b/a$$

B. PRODUIT : pour trouver le produit, il suffit d'appliquer la formule suivante $x_1 \cdot x_2 = P$

$$P = c/a$$

2.Expression de l'équation du second degré en fonction de la somme et produit

Sachant que l'équation du second degré est donnée par $ax^2 + bx + c = 0$ divisons partout par a , on aura : $ax^2/a + bx/a + c/a = 0$ avec $S = -b/a$ et $P = c/a$.
L'équation de la somme et produit sera $x^2 - sx + p = 0$

- **Exemple**
- Donner l'équation du second degré si $x_1 = 6$ et $x_2 = -7$.

II. TRANSFORMATION DES RADICAUX DOUBLES EN RADICAUX SIMPLES

Définition : Un radical double est une expression de la forme.

IV. ÉQUATIONS IRRATIONNELLES DU SECOND DEGRÉ

1. **Définition** : une équation irrationnelle du second degré est celle qui renferme l'inconnue sous un ou plusieurs signes radicaux.
2. **Résolution** : pour résoudre l'équation irrationnelle, on élève les deux membres au carrés pour éliminer le signe radical pour enfin résoudre l'équation obtenue et rejeter les solutions étrangères après la vérification de valeurs.

3. Exemples

I.V. ÉQUATION RÉCIPROQUE

- Définition : Une équation réciproque est un polynôme ordonné contenant des termes équidistants qui sont extrêmes égaux.
- **Résolution de l'équation réciproque**
 - Pour résoudre une équation réciproque il suffit d'y regrouper les termes semblables tu peux nous ramener à un produit remarquable
 - remarque : aucune de ces équations n'admet 0 comme solution.
 - **1. exemples Et exercices**
 - soit à résoudre les équations suivantes :
 - $5x^3 + 2x^4 - 2 - 5x = 0$
 - $x^4 - x^3 - x + 1 = 0$

IV. ÉQUATIONS REDUCTIBLES DU SECOND DEGRÉ

- **ÉQUATIONS BICARREES**

1.Définition : c'est une équation qui a la même forme de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$.

2. Résolution : pour résoudre ce être équation, il suffit de le réduire a une équation du second degré en posant $t=y^2$.

3. Exemples et exercices

1.Resoudre dans R les équations suivantes :

- $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
- $2x^4 + 7x^2 + 3 = 0$
- $x^4 - 2x^2 = -5$

V.I POLYNÔMES ENTIERS

1. Divisibilité d'un polynôme par un binôme $x-a$ ou $d(x)$

- Définition : soit $p(x)$ dividende, $d(x)$ diviseur et $p(x)$ le polynôme quotient.
- $P(x) = q(x).d(x)$ ou $p(x) = q(x) . (x-a)$
- Remarque : Si $R=0$ donc le polynôme est divisible par $d(x)$.
- Exemples et exercices

1.Determiner le quotient et le reste du polynôme $p(x) = x^2+2x+1$ par $d(x)= x+1$.

V.II. FRACTIONS RATIONNELLES.

CHAPITRE III. LES LOGARITHMES

1.Définition : Soit un réel Positif et a un réel positif non nul et différent de 1. on appelle logarithme de la base a d'un réel elle l'exposant de la puissance à laquelle il faut éléver a pour obtenir N.

On note : $x = \log N$.

Donc $x = \log N$ et $a^x = N$. car a \neq 1

La base doit être différent de 1 car, $1^x = 1$

- N doit être un réel positif
- Si x est le logarithme dans la base a de N.

Exemples

- Calculer les logarithmes suivants en utilisant la définition de logarithme.

2.Consequences de la définition du logarithme

3. Propriétés du logarithme

- Soient les réels x,y,z telsque
- $x = a^x$ et $y = a^y$ et $z = a^z$

Par définition :

$$\log(x \cdot y \cdot z) = \log x + \log y + \log z$$

- Exercices d'applications

4. Équations et inéquations logarithmiques

5. Équations exponentielles

6. Exemples et exercices

CHAPITRE IV. PROGRESSIONS

III.1. NOTION DE SUITE

1.Definition : une suite d'éléments d'un ensemble E est une application d'une partie I de N dans E.

F : I vers E

n vers $f(n) = U_n$. D'où $U_1=f(1)$, $U_2=f(2)$ et $U_3 = f(3)\dots$

2.Remarques

- $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n, \dots$ sont appelés éléments ou termes de la suite.
- Si I est une partie finie de N , la suite U_n est finie ou limitée c'est-à-dire qu'elle comprend un nombre fini de termes .
- Si I est une partie infinie de N , la suite U_n est infinie ou illimitée c'est-à-dire qu'elle comprend un nombre infini de termes.

Exemples

1. Soit $I = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$. La suite (I_n) définie par f vers R

N vers $f(n) = I_n = 2n+1$.