

COURS DE MATHÉMATIQUES

Pour la 3^e année science nous nous référons du programme tout en résumant ce support suivant les branches d'algèbre, d'Analyse, de la Géométrie analytique, la trigonométrie. Ce support est conçu uniquement pour les élèves de la 3^e science

TABLE DES MATIÈRES

- 1. Complément du second degré**
- 2. Les logarithmes**
- 3. Les suites numériques**
- 4. L'analyse combinatoire**
- 5. Matrices et Déterminants**
- 6. Généralités sur les fonctions numériques**
- 7. Les limites**
- 8. La continuité**
- 9. Asymptotes**
- 10. Les dérivées**
- 11. Généralités sur la géométrie orientée**
- 12. La droite**
- 13. Le cercle**
- 14. Les formules fondamentales de la trigonométrie**
- 15. Résolution des équations trigonométriques**
- 16. Les formules d'angles.**

CHAPITRE I. COMPLÉMENT DU SECOND DEGRÉ

I.INTRODUCTION

L'équation du second degré est toute égalité qui peut s'écrire sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

Dans l'ensemble des nombres réels, une telle équation admet au maximum **deux solutions**, qui correspondent aux abscisses des éventuels points d'intersection de la parabole d'équation $(y = ax^2 + bx + c)$ avec l'axe des abscisses dans le plan muni d'un repère cartésien. La position de cette parabole par rapport à l'axe des abscisses, et donc le nombre de solutions réelles (0, 1 ou 2), est donnée par le **signe du discriminant**. Ce dernier permet également d'exprimer facilement les solutions, qui sont aussi les racines de la fonction du second degré associée.

1. 1. Forme générale d'une équation du second degré

Une équation du second degré peut s'écrire sous la forme générale suivante:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- (x) est l'inconnue.
- Les lettres (a), (b) et (c) représentent les coefficients, avec (a) différent de **zéro**.
 - (a) est le **coefficient quadratique**.
 - (b) est le **coefficient linéaire**.
 - (c) est un **terme constant**.

1.2 Résolution

- Dans l'ensemble des nombres réels, une équation du second degré admet au maximum **deux solutions**, qui correspondent aux abscisses des éventuels points d'intersection de la parabole d'équation $(y = ax^2 + bx + c)$ avec l'axe des abscisses dans le plan muni d'un repère cartésien.
- Le **discriminant** permet de déterminer le nombre de solutions réelles (0, 1 ou 2) et d'exprimer ces solutions.

1.3 Discriminant:

- Le discriminant d'une équation du second degré est donné par la formule :
- $D = b^2 - 4ac$
- Le signe du discriminant permet de déterminer la position de la parabole par rapport à l'axe des abscisses :
 - Si ($D > 0$), l'équation a **deux solutions réelles distinctes**.
 - Si ($D = 0$), l'équation a **une racine double ou racine confondue**.
 - Si ($D < 0$), l'équation n'a **pas de solution réelle**.

1.4 Exemple :

II. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- $X^2 + x - 2 = 0$
- $X^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
- $2x^2 - x + 3 = 0$

III. CAS PARTICULIERS

Soit la forme générale de l'équation du 2e degré $ax^2 + bx + c = 0$. Si a est différent de zéro et $b = 0$ et c différent de zéro l'équation devient alors :

$Ax^2 + c = 0$. D'où x sera égale à plus ou moins racine carrée de c/a .

Si a tout est différent de zéro et b est différent de zéro et $c = 0$ l'équation devient :

$$ax^2 + bx = 0$$

$$X = 0 \text{ et } x = -b/a \quad S = (0, -b/a)$$

I.5 exemples et exercices

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- $5x^2 + 10x = 0$
- $3x^2 - 9 = 0$

I.V PROPRIÉTÉ DES RACINES

1.somme et produit

A. SOMME : pour trouver la somme il suffit de d'appliquer la formule suivante

$$X_1 + X_2 = S$$

$$S = -b/a$$

B. PRODUIT : pour trouver le produit, il suffit d'appliquer la formule suivante

$$x_1 \cdot x_2 = P$$

$$P = c/a$$

2.Expression de l'équation du second degré en fonction de la somme et produit

Sachant que l'équation du second degré est donnée par $ax^2 + bx + c = 0$
divisons partout par a , on aura : $ax^2/a + bx/a + c/a = 0$ avec $S = -b/a$ et.
 $P = c/a$. L'équation de la somme et produit sera $X^2 - sx + p = 0$

- **Exemple**

- Donner l'équation du second degré si $x_1 = 6$ et $x_2 = -7$.

II. TRANSFORMATION DES RADICAUX DOUBLES EN RADICAUX SIMPLES

- Définition : Un radical double est une expression de la forme.

IV. ÉQUATIONS IRRATIONNELLES DU SECOND DEGRÉ

1. Définition : une équation irrationnelle du second degré est celle qui renferme l'inconnue sous un ou plusieurs signes radicaux.
2. Résolution : pour résoudre l'équation irrationnelle, on élève les deux membres au carrés pour éliminer le signe radical pour enfin résoudre l'équation obtenue et rejeter les solutions étrangères après la vérification de valeurs.
3. Exemples

I.V. ÉQUATION RÉCIPROQUE

- **Définition** : Une équation réciproque est un polynôme ordonné contenant des termes équidistants qui sont extrêmes égaux.
- **Résolution de l'équation réciproque**

- Pour résoudre une équation réciproque il suffit d'y regrouper les termes semblables tu peux nous ramener à un produit remarquable
- **Remarque** : aucune de ces équations n'admet 0 comme solution.
- **1.** exemples Et exercices
- soit à résoudre les équations suivantes :
- $5x^3 + 2x^4 - 2 - 5x = 0$
- $x^4 - x^3 - x + 1 = 0$

V. ÉQUATIONS REDUCTIBLES DU SECOND DEGRÉ

ÉQUATIONS BICARREES

1. Définition : c'est une équation qui a la même forme de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$.

2. Résolution : pour résoudre ce être équation, il suffit de le réduire a une équation du second degré en posant $t = y^2$..

3. Exemples et exercices

1. Résoudre dans R les équations suivantes :

- $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
- $2x^4 + 7x^2 + 3 = 0$
- $x^4 - 2x^2 = -5$

V.I POLYNÔMES ENTIERS

1. Divisibilité d'un polynôme par un binôme x-a ou d(x)

- Définition : soit $p(x)$ dividende, $d(x)$ diviseur et $q(x)$ le polynôme quotient.
- $P(x) = q(x).d(x)$ ou $p(x) = q(x) \cdot (x-a)$
- Remarque : Si $R=0$ donc le polynôme est divisible par $d(x)$.

Exemples et exercices

1. Déterminer le quotient et le reste du polynôme $p(x) = x^2 + 2x + 1$ par $d(x) = x + 1$.

V.II. FRACTIONS RATIONNELLES

CHAPITRE II. LES LOGARITHMES

1. **Définition** : Soit un réel Positif et a un réel positif non nul et différent de 1.
On appelle logarithme de la base a d'un réel elle l'exposant de la puissance à la quelle il faut élever a pour obtenir N .

On note $x = \log N$.

Donc $x = \log N$ et $a^x = N$.

- **Remarques :**

La base doit être différent de 1 car $a \in \mathbb{R}, 1^x = 1$

- N doit être un réel positif
- Si x est le logarithme dans la base a de x .

Exemples

- Calculer les logarithmes suivants en utilisant la définition de logarithme.

2. Conséquences de la définition du logarithme

3. Propriétés du logarithme

- Soient les réels x, y, z telsque
- $X = a^x$ et $y = a^y$ et $z = a^z$

Par définition :

$$\log x.y.z = \log x + \log y + \log z$$

- Exercices d'applications

4. Equatipns et inéquations logarithmiques

5. Equations exponentielles

6. Exemples et exercices

CHAPITRE III. PROGRESSIONS

III.1. NOTION DE SUITE

1. Définition : une suite d'éléments d'un ensemble E est une application d'une partie I de N dans E.

$$f : I \text{ vers } E$$

$$n \text{ vers } f(n) = U_n . \text{ D'où } U_1=f(1) , U_2=f(2) \text{ et } U_3 = f(3)...$$

2. Remarques

- $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n, \dots$ sont appelés éléments ou termes de la suite.
- Si I est une partie finie de N, la suite U_n est finie ou limitée c'est-à-dire qu'elle comprend un nombre fini de termes.
- Si I est une partie infinie de N, la suite U_n est infinie ou illimitée c'est-à-dire qu'elle comprend un nombre infini de termes.

Exemples

1. Soit $I = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$. La suite (I_n) définie par f vers R

$$N \text{ vers } f(n) = I_n = 2n+1.$$